



# استفاده از واهبپرد رسم شکل

## ایرج زمانی،

کارشناس ارشد آموزش ریاضی، دبیر ریاضی شهرستان لردگان  
فهمیه کلاهدوز،

دانشجوی دکتری آموزش ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد

در این روایت، تجربه حل یک مسئله هندسی از کتاب ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه (امیری و همکاران، ۱۳۹۴) در یک کلاس درس واقعی، ارائه می‌شود.

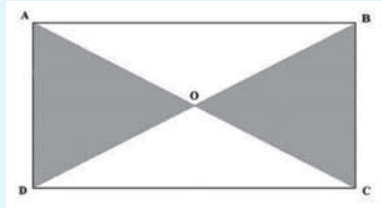
مسئله شماره ۲ صفحه ۴۸ از کتاب ریاضی پایه نهم دوره متوسطه اول (۱۳۹۴): **ثابت کنید در هر مستطیل، قطرها با هم برابر هستند. (مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است!)**

پس از اینکه دانش‌آموزان در گروه‌های کوچک روی مسئله کار کردند تقریباً همه آن‌ها با این امر موافق بودند که باید از طریق همنهشتی دو مثلث، به اثبات این مسئله پرداخت. اما تشخیص اینکه کدام دو مثلث باید انتخاب شوند، برایشان دشوار می‌نمود. اغلب دانش‌آموزان برای اثبات، ساده‌ترین حالت، یعنی مثلث‌های  $ABO$ ،  $DCO$  (شکل ۱) یا  $ADO$ ،  $BCO$  (شکل ۲) را که مقابل هم قرار داشتند، انتخاب نموده و سعی کردند همنهشتی آن‌ها را ثابت کنند.

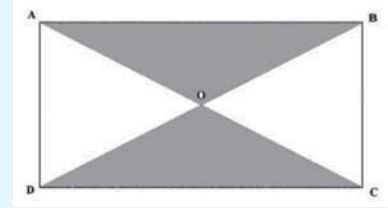
## اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند. از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند. در ضمن، گاهی هم به‌جای شنیدن روایت از زبان معلم، می‌توان کلاس وی را مورد مشاهده قرار داده و پس از تأیید همان معلم، روایت را از زبان مشاهده‌گر شنید.

رشد آموزش ریاضی

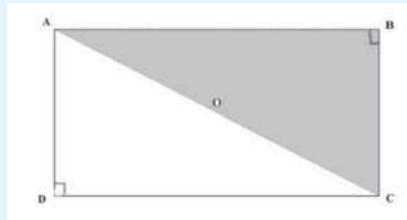


شکل ۲. تشخیص اشتباه مثلث‌ها



شکل ۱. تشخیص اشتباه مثلث‌ها

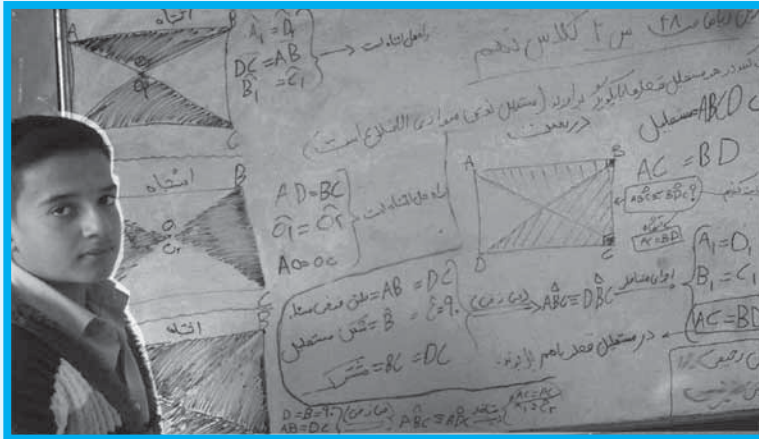
ولی دانش‌آموزان باتجربه‌تر، با کمی مکث و پرسیدن چند سؤال از معلم، متوجه شدند که انتخاب مثلث‌ها به این صورت، نمی‌تواند آن‌ها را در حل این مسئله کمک نماید. آن‌ها فهمیدند که قطر مستطیل در مثلث‌های انتخاب شده (شکل ۱ و ۲) به‌طور کامل وجود ندارد و نصف شده است و به فکر رسم شکل بهتری افتادند و شکل ۳ را پیشنهاد دادند که در آن، مثلث‌های  $ABC$ ,  $ADC$  انتخاب شده بود.



شکل ۳. تشخیص اشتباه مثلث‌ها

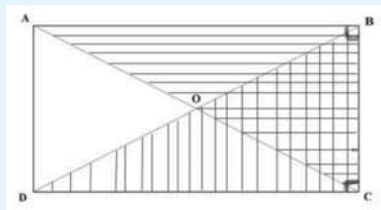
در ادامه، به دلیل اینکه از مفروضات مسئله به‌طور صحیح استفاده نکردند، بدون توجه کافی به حکم مسئله و در حالتی تقریباً نامطمئن به اثبات هم‌نهشتی مثلث‌های  $ABC$ ,  $ADC$  پرداختند. برخی از دانش‌آموزان، اثبات‌های درستی از هم‌نهشتی این مثلث‌های انتخاب شده، ارائه دادند و تساوی اجزای متناظر را هم مشخص نمودند و از اینکه توانسته بودند هم‌نهشتی دو مثلث را اثبات کنند، فاتحانه معلم را نگاه می‌کردند، بدون اینکه از خود بپرسند به چه چیزی رسیدیم؟! مسئله از ما چه خواسته بود؟ آیا جوابی که نوشته‌ایم همان چیزی است که مسئله از ما خواسته بود؟

گفت‌وگوها و حدسیه‌پردازی‌ها ادامه داشت. بعد از ۴۰ دقیقه از شروع کلاس، شکل‌ها و اثبات هم‌نهشتی مثلث‌های انتخاب شده، روی تابلو توسط بعضی از دانش‌آموزان نوشته شد (شکل ۴). آن موقع بود که بعضی از آن‌ها، فهمیدند که درستی گزاره موردنظر (حکم مسئله)، هنوز ثابت نشده است. یعنی هنوز نتوانسته‌اند نشان دهند که قطرهای مستطیل با هم برابرند. از طرفی برخی از دانش‌آموزان معتقد بودند که همه حالت‌های ممکن برای انتخاب مثلث‌ها را رسم کرده‌اند، ولی هر دو قطر مستطیل، ضلع هیچ‌یک از مثلث‌های انتخاب شده نبوده است. از چهره آن‌ها مشخص بود که خسته شده‌اند. معلم برای راهنمایی، به دانش‌آموزان گفت که «تا ابد نباید دنبال حدس‌های اشتباه خود برویم» و تنها یک سؤال از آن‌ها پرسید که «مسئله چه چیزی از ما خواسته است؟» و به آن‌ها تأکید نمود که «آنچه را که مسئله از ما خواسته است، روی تابلو در شکل رسم شده، با رنگ قرمز مشخص نمایند.»



شکل ۴. دانش آموز و تابلو کلاس پس از گفتمان ریاضی

بلافاصله، دانش آموزی داوطلبانه در یکی از سه شکل روی تابلو، قطرهای مستطیل ABCD را رنگ کرد (شکل ۴) و با کمی مکث و با کمک دوستانش، مثلث های ABC, DCB را نیز هاشور زد (شکل ۵) و به اثبات همبهنشتی آنها در حالت دو ضلع و زاویه بین (ض.ز.ض) و با استفاده از مفروضات مسئله پرداخت، اما کار را ادامه نداد.



شکل ۵. انتخاب درست مثلث های همبهنشت توسط دانش آموز

معلم باز هم سؤال خود را تکرار کرد که؛ «مسئله چه چیزی از ما خواسته است؟» دانش آموز پای تابلو با کمی تأمل، تساوی اجزای متناظر را با راهنمایی بقیه دانش آموزان نوشت. معلم نیز دوباره پرسید که «مسئله چه چیزی از ما خواسته است؟» دانش آموز ناگهان متوجه شد و با خوشحالی پاسخ داد، «آهان! مساوی بودن قطرها» و زیر عبارت  $AC=BD$  خط کشید. اگرچه دانش آموز از مفروضات مسئله، آگاهانه استفاده نکرد، ولی به خاطر انتخاب شکل درست، فرایند اثبات را به سرانجام رساند.

رسیدن دانش آموزان به مرحله «آهان» در حل مسئله، نشان داد که استفاده مؤثر از گفتمان و حمایت از استدلال های دانش آموزان در کلاس درس و تأکید بر استفاده صحیح از رسم شکل، توانست در بهبود عملکرد دانش آموزان در حل مسئله مؤثر باشد.

در پایان کلاس، از دانش آموزان خواسته شد تمام مفروضات مسئله را، بار دیگر به دقت و با نماد جبری بنویسند و حکم مسئله را نیز مشخص نمایند. همچنین باتوجه به آنچه نوشته اند، شکل مناسب رسم کنند و سعی نمایند به کمک شکل و آموخته های قبلی خود، از مفروضات مسئله به حکم برسند. علاوه بر این، تأکید شد که همواره در فرایند حل مسئله ابتدا تمام مفروضات را بنویسند، به «نتیجه نگاه کنند» و به یاد داشته باشند که:

هر کس بد بفهمد بد جواب می دهد؛ پیش از آغاز به پایان بیندیشیم؛ آدم دیوانه آغاز را در نظر می گیرد و آدم عاقل به پایان می نگرد؛ مرد حکیم در پایان آغاز می کند، و مرد ابله در آغاز به پایان می رسد. تنها آنچه می دانیم مهم نیست، بلکه چگونه و چه موقع از معلوماتمان استفاده کنیم هم اهمیت دارد (پولیا، ۱۳۸۸).

رسیدن  
دانش آموزان به  
مرحله «آهان»  
در حل مسئله،  
نشان داد که  
استفاده مؤثر از  
گفتمان و حمایت  
از استدلال های  
دانش آموزان در  
کلاس درس و  
تأکید بر استفاده  
صحیح از رسم  
شکل، توانست  
در بهبود عملکرد  
دانش آموزان در  
حل مسئله مؤثر  
باشد